• FOLHA Nº 12 – GABARITO COMENTADO •

1) A função será y = 1,5x + 4, onde y (preço a ser pago) está em função de x (número de quilômetros rodados).
y = 1,5x + 4
Se ele pagou R$ 37, esse é o y, assim encontramos o número de quilômetros rodados x:
37 = 1,5x + 4
37 – 4 = 1,5x
33 = 1,5x
x = 22
OPÇÃO D

2) Antes das 15 horas temos uma função do primeiro grau que cresce com menor rapidez. A partir das 15 horas o gráfico é uma função do primeiro grau que cresce com maior rapidez.
Para x = 15, y = 30000. Para x = 17, y = 90000. Como y = ax + b, temos o sistema:
30000 = 15a + b e 90000 = 17a + b
Usando o método da adição, segue:
60000 = 2a
a = 30000
Substituindo na primeira:
30000 = 15(30000) + b
b = – 420000
Então a função é y = 30000x – 420000.
Quando y = 450000, temos:
45000 = 30000x – 420000
45000 + 420000 = 30000x
x = 465000 / 30000 = 15,5 horas = 15 horas + 0,5 horas
x = 15 horas e 30 minutos.
OPÇÃO B

3) Na função y = ax + b, o coeficiente a é o valor que y cresce (ou diminui) quando x cresce de uma unidade, ou seja, a é o coeficiente angular (declividade ou inclinação) da reta.
O coeficiente b é o valor de y quando x vale zero, ou seja, é o valor onde a reta toca o eixo y (coeficiente linear).
Observe que a reta passa pelo ponto de coordenadas (0 , 7), portanto b = 7. Então, a função tem a forma y = ax + 7.
Note que a reta passa pelo ponto (– 4 , 2), isto é, quando x = – 4, y = 2.
Assim, 2 = – 4a + 7.
4a = 7 – 2 = 5
a = 5/4 = 1,25
Logo, a expressão que representa essa função é y = 1,25x + 7
OPÇÃO D

4) Para o ponto (– 10, 20), temos m . (– 10) + n = 20, isto é, 10m = – 20 + n
Para o ponto (10, 45), temos m . 10 + n = 45, isto é, 10m = 45 – n
Substituindo 10m = – 20 + n em 10m = 45 – n, vem:
– 20 + n = 45 – n
n + n = 45 + 20
2n = 65
n = 65/2

Substituindo $n = 65/2$ em $10m = 45 - n$, vem:

$10m = 45 - 65/2$

$m = 45/10 - 65/20$

$m = 9/2 - 6,5/2$

$m = 2,5/2 = 1,25$

OPÇÃO D

5) Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções: A e B.

Condições dos planos:

Plano A: cobra um valor fixo mensal de R$ 140,00 e R$ 20,00 por consulta num certo período.

Plano B: cobra um valor fixo mensal de R$ 110,00 e R$ 25,00 por consulta num certo período.

Temos que o gasto total de cada plano é dado em função do número de consultas x dentro do período pré – estabelecido.

Pergunta-se: Em qual situação o plano A é o mais econômico?

Resolução:

Plano A: $f(x) = 20x + 140$

Plano B: $g(x) = 25x + 110$

Para que o plano A seja mais econômico:

$g(x) > f(x)$

$25x + 110 > 20x + 140$

$25x - 20x > 140 - 110$

$5x > 30$

$x > 30/5$

$x > 6$

6) **Item I**

Verdadeiro. O b é ponto onde a reta corta o eixo y.

Item II

Verdadeiro. A função é decrescente, então $a<0$, e a reta não passa na origem, então b é diferente de 0.

Item III

Falso. A função é crescente mais corta o eixo y acima do eixo x, então temos $b>0$.

Item IV

Verdadeiro. Neste caso a função é constante, qualquer valor pra x resulta o mesmo y, que é o valor do coeficiente linear b.

Item V

Falso, na figura II o gráfico é decrescente e na figura III é crescente.

OPÇÃO A

7) Temos dois pontos na reta II, é o que precisamos para determinar a função. Um dos pontos é (1, 70) e o outro é (3, 65).

$y = ax + b$

$70 = a + b$

$70 - a = b$

$y = ax + b$

$65 = 3a + b$

$65 = 3a + 70 - a$

$65 - 70 = 2a$

$-5 = 2a$

$a = -5/2$

$b = 70 - a$

$b = 70 - (-5)/2$

$b = 140/2 + 5/2$

$b = 145/2$

$y = -5/2x + 145/2$

OPÇÃO B

8) Admitir 5 como raiz quer dizer que quando $y = 0$ o valor de x é 5. Além disso, temos outro ponto da função, quando $x = -2$, $y = -63$. Assim, substituindo o primeiro ponto:

$y = mx + n$

$0 = 5m + n$

$n = -5m$

Substituindo o segundo ponto:

$y = mx + n$

$-63 = -2m + n$

$-63 = -2m - 5m$

$-63 = -7m$

$m = -63 / -7$

$m = 9$

Voltando:

$n = -5m$

$n = -5 . 9$

$n = -45$

Então a função é $f(x) = 9x - 45$, calculando $f(16)$:

$f (16) = 9 . 16 - 45$

$f (16) = 144 - 45$

$f (16) = 99$

OPÇÃO D

9) Pelas raízes e intersecção com o eixo y conseguimos deduzir a equação da parábola $y = -2x^2 + 8$.

A base do retângulo irá valer $2x$. A altura do triângulo será o valor de y que se relaciona com o x que define a base. Ou seja, a altura do retângulo será $-2x^2 + 8$.

Sendo assim o perímetro do retângulo é dado pela função:

$2p = 2x + 2x + (-2x^2 + 8) + (-2x^2 + 8)$

$2p = -4x^2 + 4x + 16$

Aplicando a fórmula do x do vértice:

$$x_v = \frac{-4}{2.(-4)} = \frac{1}{2} = 0,5$$

OPÇÃO B

10) $y = ax^2 + bx + c$

Para que admita um valor máximo, devemos ter $a < 0$.

Para que as raízes tenham sinais contrários, devemos ter $c > 0$ uma vez que $a < 0$.

b qualquer.

OPÇÃO A

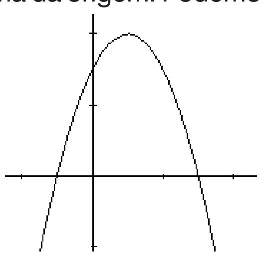
11) Pela desigualdade das médias aritmética e geométrica, temos que

$$\frac{2x+y+y}{3} \geq \sqrt[3]{2xy^2} \Leftrightarrow \sqrt[3]{2xy^2} \leq 2$$

$xy^2 \leq 4$.

OPÇÃO B

12) é dito que o coeficiente "a" é menor que zero, e o "c" é maior que zero. Portanto, deve ter concavidade para baixo (boca triste) e cortar o eixo Y em um ponto acima da origem. Podemos fazer um esboço gráfico da seguinte maneira:

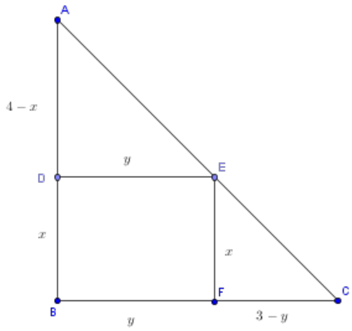


este é um gráfico que poderia ser da função dada. A única alternativa que bate com este gráfico é a letra "B".

OPÇÃO B

13) Como $a > 0$ e $c < 0$, $\Delta = b^2 - 4ac$ é positivo. Logo o gráfico corta o eixo x em dois pontos.
O produto das raízes é dado por $P = \frac{c}{a}$. Como $a > 0$ e $c < 0$, o produto P é menor que zero. Logo uma raiz é positiva e a outra é negativa.
OPÇÃO D

14)



Os triângulo $\triangle ADE$, $\triangle CEF$ e ABC so semelhantes. Fazendo a relação de semelhança:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DE} = \frac{EF}{CF}$$

Igualando as duas primeiras frações:

$$\frac{4}{3} = \frac{4-x}{y}$$

$$4y = 12 - 3x$$

$$\boxed{3x + 4y = 12} \therefore y = \frac{12-3x}{4}$$

A área do retângulo vale:

$$A = xy$$

$$A = x \cdot \frac{12-3x}{4}$$

$$A = -\frac{3}{4}x^2 + 3x$$

O valor da área máxima é obtida substituindo o valor máximo de x (abcissa do vértice):

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$x = \frac{3}{2 \cdot -\frac{3}{4}} \qquad x = 2 \text{ cm}$$

Portanto,

$$A_{max} = -\frac{3}{4} \cdot 4 + 6$$

$$\boxed{A_{max} = 3 \text{ cm}^2}$$

OPÇÃO A

15) C1 – C2 = 200
C1 = C2 + 200
C1.0,20*(1852/360) = (3704/3600).C1 = (926/900).C1
C2.0,30*(1852/360) = (5556/3600).C2 = (1389/900).C2
Substituindo C1 por C2+100, vem: (926/900).(C2+200) = (926/900).C2 + 185200/900
Igualando-se os dois rendimentos, fica: 926.C2/900 + 185200/900 = (1389/900).C2
Multiplicando-se tudo por 900, a fim de se eliminar os denominadores, vem: 926.C2 + 185200 = 1389,C2
C2.(1389 – 926) = 185200
463.C2 = 185200
C2 = 400 reais
C1 = C2 + 200 = 400 + 200 = 600 reais
OPÇÃO C

16) Temos que a + b = 2012, com a e b inteiros positivos. Queremos maximizar e minimizar ab = $2012a^2 - a$, cujo valor máximo é 1006^2. Para encontrarmos o mínimo, basta ver que a função é decrescente à direita de 1006 e crescente à esquerda de 1006. Assim, o mínimo ocorre para a = 1 ou a = 2011, que nos dá como valor mínimo $2011 = 2\times1006 - 1$.

Assim, a diferença entre o maior e o menor valor é $1006^2 - 2\times1006 + 1 = (1006 - 1)^2 = 1005^2$

OPÇÃO B

17) $y = 2x^2 - 6x - P$

Calculando as raízes:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)2 - 4.2.(-p)}}{2}.2$$
$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 8p}}{4}$$
$$\sqrt{36 + 8p} > 6$$

Logo as raízes possuem sinais opostos

OPÇÃO B

18) Pelo teorema de Bolzano, quando x = – 3 o valor numérico é positivo e quando x = 7, o valor numérico é negativo, a função admite um número ímpar de raízes no intervalo]– 3 , 7[. Como o gráfico é uma parábola, essa função admitirá uma raiz nesse intervalo e, com isso, o valor de c é positivo.

OPÇÃO D

19) $a < 0$ pois a parábola tem concavidade para baixo $\frac{-b}{2a} > 0$, pois o vértice da parábola está no primeiro quadrante, logo $b > 0$. $c > 0$ pois a parábola corta o eixo das ordenadas no lado positivo.

OPÇÃO E

20) Analisando o gráfico, a esquerda de “a”, a função assume valores positivos e a direita de “a”, a função assume valores negativos.

OPÇÃO A

21) Vamos calcular os valores das alternativas na base decimal:

3/1 = 3 5/2 = 2,5 8/3 = 2,66... 13/5 = 2,6 18/7 = 2,57...

Sabemos que $26^2 = 676$ e $27^2 = 729$. Vamos procurar o algarismo decimal depois da vírgula *x* do número 26,x que faça uma aproximação melhor da raiz de 700.

$$\left(26 + \frac{x}{10}\right)^2 = 676 + 5,2x + \frac{x^2}{100}$$

Vamos escolher x tal que 5,2x fique próximo de 23. Usamos, por exemplo, x = 4, assim ficamos com a aproximação $26,4^2 = 696,96 \Leftrightarrow 2,64^2 = 6,9696$. Com essa aproximação de $\sqrt{7}$, que tem dois dígitos depois da vírgula, já é possível concluir que 8/3 é o número mais próximo de $\sqrt{7}$

OPÇÃO C

22) $-\frac{t^2}{4} + 400 < 39$

$-t^2 + 1600 < 156$

$T^2 - 1444 > 0$

Resolvendo essa inequação, obtém-se:

$t < -38$ (não convém)

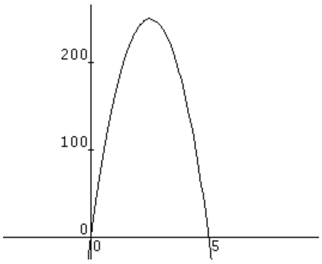
ou

$t > 38$

Assim, o tempo mínimo de espera é de 38,0 minutos.

OPÇÃO D

23) O esboço do gráfico é:



sabendo que o eixo X representa o tempo e o eixo Y representa a altura, então calculando o Yv teremos a altura máxima atingida, e a outra raiz será o tempo que o projétil permanece no ar.

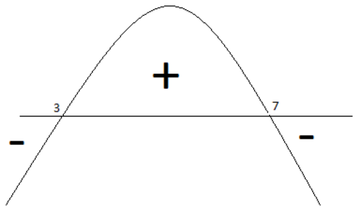
$$yv = \frac{-\left(200^2 - 4x(-40)x0\right)}{4x(-40)} = \frac{-40000}{-160} = 250$$

OPÇÃO C

24) $-x^2 + 10x - 9 > 12$

$-x^2 + 10x - 21 > 0$

As raízes da expressão são –3 e –7. Estudando o sinal da função, temos:



$3 < x < 7$

OPÇÃO E

25) Sendo V(xV, yV) as coordenadas do ponto V no plano cartesiano da figura, tem-se:

$xV = -b/2a$

$xv = 6/3 = 2$

Como $yV = 0$:

$f(2) = 3/2 \,.\, (2)^2 - 6.2 + C = 0$

$C = 6$

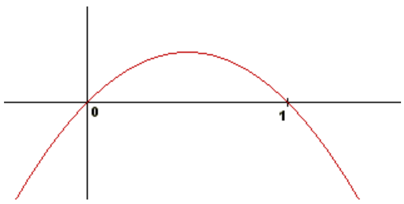
Logo, a altura do líquido é de 6 cm.

OPÇÃO E

26) $x - x^2 > 0$

$-x^2 + > 0$

vamos fazer a análise dos sinais, primeiro calculando as raízes, que são 0 e 1. Portanto o esboço do gráfico é o seguinte:



Portanto, ela é positiva no intervalo de zero até um (0, 1). Resposta certa

OPÇÃO A

27) os pontos dados são coordenadas (X, Y) então o que devemos fazer é substituir cada um deles em uma equação:

$1 = a(-2)^2 + b(-2) - 1$	$1 = a(3)^2 + b(3) - 1$
$1 = 4a - 2b - 1$	$1 = 9a + 3b - 1$
$4a - 2b = 2$	$9a + 3b = 2$

achamos duas equações com duas incógnitas. Agora devemos resolver o sisteminha formado pelas duas:

$$\begin{cases} 4a - 2b = 2 \\ 9a + 3b = 2 \end{cases}$$

substituimos o valor de a na primeira equação e substituímos na segunda:

$4a = 2b + 2$

$a = \dfrac{2b + 2}{4}$

$a = \dfrac{b + 1}{2}$

Agora substituindo o valor de “a” na segunda equação:

$9\left(\dfrac{b + 1}{2}\right) + 3b = 2$

$\dfrac{9b + 9}{2} + 3b = 2$

$9b + 9 + 6b = 4$

$15b = -5$

$b = -\dfrac{5}{15} = -\dfrac{1}{3}$

Voltamos para a primeira equação e substituimos o valor de “b” para achar o valor de “a”:

$a = \dfrac{-\dfrac{1}{3} + 1}{2} = \dfrac{\dfrac{-1 + 3}{3}}{2}\ \dfrac{2}{3} \text{ x } \dfrac{1}{2}$

$a = \dfrac{1}{3}$

OPÇÃO B

28) $(x - 2)^2 + 2 = x^2 - 4x + 4\ 2$

$x^2 - 4x + 6$

agora é só calcular o valor das coordenadas do vértice, sabendo que $a = 1$, $b = -4$ e $c = 6$.

$x_v = \dfrac{-(-4)}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$

$y_v = \dfrac{-\left[(-4)^2 - 4 \text{ x } 1 \text{ x } 6\right]}{4} = \dfrac{-(16 - 24)}{4} = \dfrac{8}{4} = 2$

OPÇÃO E

29) **Perceba** que a parábola passa no **eixo** X nos pontos $X = -50$ e $X = 50$, pois o enunciado diz que cada pilastra está distante uma da outra 25 m, e no desenho há duas pilastras do ponto C até o ponto onde a ponte toca o chão (eixo X). Veja também que é dito que a altura da ponte é 20 m, por isso a parábola acima corta o eixo Y no ponto 20. Agora o que o exercício está pedindo, nada mais é do que a coordenada Y do ponto H. Para isso, vamos encontrar a equação da parábola e depois **descobrir**.

Sabemos que nossa parábola tem as raízes $x = -50$ e $x = 50$. Portanto, podemos escrever sua equação como sendo:

$f(x) = a\,.(x - 50).(x + 50)$

Onde o coeficiente a ainda será descoberto utilizando-se o ponto G, que sabemos ter coordenadas (0,20), ou seja, $f(0) = 20$. Substituindo estas coordenadas na <u>função</u> acima:

$f(0) = a(0 - 50)(0 + 50) = 20$

$a = -\dfrac{1}{125}$

Agora, então, podemos escrever a expressão completa da <u>função</u> que define a ponte:

$f(x) = -\dfrac{1}{125}\ (x - 50)(x + 50)$

E conseguimos encontrar a coordenada Y do ponto H. A coordenada x do ponto H já sabemos, vale $x = 25$. Vamos substituir $x = 25$ na expressão acima:

$f(25) = -\dfrac{1}{125}(25 - 50)(25 + 50)$

$f(25) = 15$

Portanto, a alternativa correta é a letra B.

OPÇÃO B